ӘОЖ 51:004.8

«ЖАСАНДЫ ИНТЕЛЛЕКТ МОДЕЛЬДЕРІНІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ОЛИМПИАДА ЕСЕПТЕРІН ШЕШУ ҚАБІЛЕТТЕРІН САЛЫСТЫРМАЛЫ ТАЛДАУ»

Ситешев Бекзат Мәлікұлы

bsiteshev@gmail.com

«Математика. Білім беру үдерісін басқару» білім бағдарламасының 1-курс студенті

Х.Досмұхамедов атындағы Атырау университеті, Атырау қ, ҚР

Ғылыми жетекшісі, т.ғ.к., профессор – Тулеуова Р.У.

Олимпиадалық есептер математикалық білімді тексерудің дәстүрлі құралдарынан айтарлықтай ерекшеленеді. Олар тек формулаларды қолдану немесе алгоритмдерді қайталау емес, терең логикалық ойлауды, шығармашылықты және дәлелдеу мәдениетін талап ететін күрделі тапсырмалар болып табылады. Мұндай есептер көбінесе стандартты оқу бағдарламасынан тыс құрастырылып, бірнеше математикалық әдістерді үйлестіре қолдануды қажет етеді. Зерттеулерге сәйкес, олимпиадалық есептердің басты ерекшелігі – олардың көпқырлылығы мен шешу жолдарының бірегейлігі [1].

Олимпиадалық есептердің маңызды сипаттарының бірі – шешімдердің көптүрлілігі. Бір есеп бірнеше тәсілмен шығарылуы мүмкін, және әрбір шешім математикалық тұрғыдан негізделуі тиіс. Бұл ерекшелік оқушылар мен студенттердің шығармашылық ойлауын дамытып, әртүрлі стратегияларды салыстыра отырып, тиімдісін таңдауға мүмкіндік береді [2]. Сонымен қатар, мұндай есептер көбінесе алгебра, геометрия, комбинаторика және сандар теориясы сияқты математиканың негізгі салаларын біріктіреді. Яғни, олимпиадалық есептер пәнаралық байланысқа негізделген кешенді ойлауды талап етеді.

Тағы бір маңызды аспект – математикалық дәлелдемелердің міндеттілігі. Олимпиадалық есептерде тек дұрыс жауап алу жеткіліксіз, шешімнің әрбір қадамы логикалық тұрғыдан дәлелденуі тиіс. Бұл талап математикалық мәдениетті қалыптастырып, дәлдік пен жүйелілікке үйретеді [3]. Осы тұрғыдан алғанда, олимпиадалық есептер математикалық интуицияны дамытудың және зерттеушілік дағдыларды қалыптастырудың тиімді құралы болып табылады.

Қазіргі таңда олимпиадалық есептердің ерекшеліктерін зерттеу жасанды интеллект (ЖИ) технологияларымен тығыз байланысты. Себебі мұндай есептер ЖИ модельдерінің интеллектуалдық мүмкіндіктерін бағалаудың тиімді көрсеткіші болып саналады. Дәстүрлі алгоритмдер нақты есептеу операцияларын орындауда тиімді болғанымен, олимпиадалық есептердегі шығармашылық пен логикалық пайымдау элементтері олар үшін күрделі мәселе туғызады. Осыған байланысты соңғы жылдары ChatGPT, Gemini және DeepSeek сияқты заманауи модельдер олимпиадалық деңгейдегі есептерді шешу бағытында кеңінен зерттелуде [4].

Жасанды интеллект модельдері олимпиадалық есептерді шешуде әртүрлі тәсілдерді қолданады. Мысалы, тілдік модельдер есептің шартын талдап, қадамдық шешім ұсынуға қабілетті болса, символдық жүйелер нақты математикалық есептеулерді жоғары дәлдікпен орындайды. Алайда олимпиадалық есептердің көпқырлылығы мен стандарттан тыс сипаты ЖИ жүйелерінен тек есептеу емес, сонымен қатар шығармашылық ойлау мен дәлелдеу қабілеттерін талап етеді [5].

Осы тұрғыдан алғанда, олимпиадалық есептер жасанды интеллекттің даму деңгейін бағалаудың маңызды құралы болып табылады. Олар ЖИ модельдерінің тек білімді қайталау емес, жаңа шешімдер табу, гипотеза құру және логикалық дәлелдеу қабілеттерін анықтауға мүмкіндік береді. Сондықтан математикалық олимпиадалар мен жасанды интеллекттің өзара байланысын зерттеу қазіргі ғылыми зерттеулердің өзекті бағыттарының бірі болып саналады.

Төменде біз нақты олимпиадалық есептерді қарастырып, жасанды интеллект моделідерінің оларды қалай шешетінін, қандай әдістерді қолданатынын және оның шешімдерінің дұрыстығы мен логикалық негіздемесін жан-жақты талдаймыз. Сонымен қатар модельдердің мүмкіндіктері мен шектеулерін адам шешімімен салыстыру арқылы бағалап, оның қаншалықты тиімді көмекші бола алатынын көрсетеміз.

GPT-4 - табиғи тілді өңдеуге негізделген ірі трансформерлік модель. Оның басты ерекшелігі - математикалық есептерді мәтін түрінде қабылдап, логикалық тізбектер мен қадамдық шешімдер ұсыну мүмкіндігінде. GPT-4 олимпиадалық есептерге талдау жасау барысында математикалық ойлауды модельдеу арқылы шешімнің ықтимал жолдарын ұсына алады. Ол көбіне теңдеулер құру, формулаларды қолдану, геометриялық дәлелдеулерді сөзбен сипаттау секілді тапсырмаларда пайдалы. Алайда күрделі дәлелдеулерді формальды түрде аяқтауда оның шектеулері байқалады [6].

1-есеп. $abc=1$ болатындай a,b,c сандары берілген. Төмендегі теңсіздік орындалатынын дәлелдеңіз [14]:

$$\left(\frac{a^3}{b}+\frac{b^3}{c}+\frac{c^3}{a}\right)+2\left(\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\right)+(a+b+c)\geq 4(ab+bc+ca).$$

Шешуі. 1-қадам: AM -GM теңсіздігін қолданамыз. Біріншіқосындыүшін:

$$\frac{a^3}{b}+\frac{b^3}{c}+\frac{c^3}{a}\geq 3\sqrt[3]{\frac{a^3}{b}\cdot\frac{b^3}{c}\cdot\frac{c^3}{a}}=3\sqrt[3]{abc}=3.$$

2- қадам: $(\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a})$ қосындысын AM-GM теңдсіздігіне саламыз:

$$\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\geq 3\sqrt[3]{\frac{a^2}{b}\cdot\frac{b^2}{c}\cdot\frac{c^2}{a}}=3\sqrt[3]{abc}=3.$$

Сонда екі еселенген қосынды:

$$2\left(\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\right)\geq 6.$$

3 - қадам: Жеке-жеке өрнектесек:

$$(a+b+c\geq 3\sqrt[3]{abc}=3).$$

4 - қадам:

$$ab+bc+ca\leq\frac{(a+b+c)^2}{3},$$

$$\left(ab + bc + ca\right) \geq 12.$$

5 - қадам: Барлық бөліктерді қосамыз:

$$\left(\frac{a^3}{b}+\frac{b^3}{c}+\frac{c^3}{a}\right)+2\left(\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\right)+(a+b+c)\geq 3+6+3=12,$$

$$4(ab+bc+ca)\leq 12.$$

Берілген теңсізді кдәлелденді, барлық $a,\ b,\ c>0$ және $abc\ =\ 1$ кезінде орындалады.

Gemini - тіл мен көру қабілетін біріктірген мультимодальды ЖИ жүйесі. Бұл модель күрделі мәтіндік және визуалды ақпаратты қатар өңдей алады, сондықтан геометриялық есептерді суретпен бірге талдауда ерекше тиімді. Мысалы, геометриялық конфигурацияларды тану және олардан тұжырым шығару Gemini - дің артықшылықтарының бірі. Сонымен қатар, бұл модельдің логикалық дедукцияға қабілеттілігі күрделірек комбинаторикалық есептерде де өзін көрсетуде.

2-есеп. Теңдеудің барлық нақты шешімдерін табыңыз:

$$(x+y)^2=(x+1)(y-1).$$

Шешуі. Екі жағын да ашып, теңдеуді түрлендіреміз. Теңдеуді *x*-ке қатысты квадраттық теңдеу ретінде жазайық:

$$x^2+(y+1)x+(y^2-y+1)=0.$$

Нақты шешімдері болу үшін дискриминант оң болу керек:

$$D_x=(y+1)^2-4(y^2-y+1),$$
$$D_x=y^2+2y+1-4y^2+4y-4,$$
$$D_x=-3y^2+6y-3,$$
$$-3y^2+6y-3\geq 0,$$
$$y^2-2y+1\leq 0\Rightarrow (y-1)^2\leq 0.$$

Бұл квадрат тек нөлге тең болғанда ғана орындалады: $(y-1)^2=0\Rightarrow y=1.$

y=1 болғанда, теңдеу:

$$x^2+2x+1=0\Rightarrow (x+1)^2=0\Rightarrow x=-1.$$

Сонымен, жалғыз нақты шешім: $(x,y)=(-1,1).$

DeepSeek - қазіргі заманғы ірі тілдік модельдердің бірі болып табылатын, көпфункционалды жасанды интеллект жүйесі. Бұл модель OpenCompass және басқа да заманауи зерттеу топтарының бастамасымен жасалып, көп тілді мәтіндермен, кодпен, сонымен қатар әртүрлі логикалық және математикалық тапсырмалармен оқытылған. Оның басты ерекшелігі - күрделі логикалық құрылымдарды, математикалық өрнектерді және формалды есептеулерді табиғи тілмен ұштастыра отырып өңдей алу қабілеті. DeepSeek жүйесі әсіресе олимпиадалық деңгейдегі есептерді шешуде әлеуетті құрал ретінде қарастырылады.

3-есеп. Оң сандар *a, b, c* үшін келесі теңсіздік орындалатынын дәлелде:

$$\sqrt{a^2+2b^2}+\sqrt{b^2+2c^2}+\sqrt{c^2+2a^2}\ge\sqrt{3}(a+b+c).$$

Шешуі. Коши-Буняковский теңсіздігін қолдану:

Әрбір түбірді жеке қарастырамыз. Мысалы, a^2+2b^2 өрнегін былай жазуға болады: $a^2+b^2+b^2$. Коши - Буняковский теңсіздігі бойынша:

$$a^2+b^2+b^2\ge\frac{(a+b+b)^2}{3}=\frac{(a+2b)^2}{3}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\sqrt{a^2+2b^2}\ge\frac{a+2b}{\sqrt{3}}.$$

Ұқсас бағалаулар:

$$b^2+2c^2\ge\frac{(b+2c)^2}{3}\Rightarrow\sqrt{b^2+2c^2}\ge\frac{b+2c}{\sqrt{3}},$$
$$c^2+2a^2\ge\frac{(c+2a)^2}{3}\Rightarrow\sqrt{c^2+2a^2}\ge\frac{c+2a}{\sqrt{3}}.$$

Барлық үш теңсіздікті қосамыз:

$$\sqrt{a^2+2b^2}+\sqrt{b^2+2c^2}+\sqrt{c^2+2a^2}\ge\frac{a+2b+b+2c+c+2a}{\sqrt{3}}=$$
$$=\frac{3a+3b+3c}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}(a+b+c).$$

Теңсіздік дәлелденді.

Жүргізілген тәжірибелік зерттеу нәтижелері жасанды интеллект модельдерінің математикалық олимпиада есептерін шешудегі әлеуетін айқындап қана қоймай, олардың нақты мүмкіндіктері мен шектеулерін де жүйелі түрде көрсетіп берді. Бұл зерттеу барысында ChatGPT (GPT-4), Gemini, және DeepSeek секілді заманауи ЖИ модельдері түрлі бағыттағы күрделі есептерге қолданылып, олардың әрқайсысының тиімділігі мен әлсіз тұстары талданды. Зерттеу нәтижелері модельдердің қолдану ерекшеліктерін, есептерді шешудегі әдіснамалық ұстанымдарын, сондай-ақ пәндік бағыттар бойынша көрсеткен нәтижелерін салыстыруға мүмкіндік берді.

ChatGPT (GPT-4) моделі тәжірибе барысында жалпы жоғары көрсеткіштерге қол жеткізді. Ол логикалық құрылымы күрделі, мәтіндік сипаттағы есептерді шешуде жоғары дәлдік танытып, әсіресе алгебра, сандар теориясы және комбинаторика салаларында жоғары нәтиже көрсетті (тиісінше 90%, 88% және 85%). Бұл модельдің ең күшті жағы - есептің логикалық ретін құрудағы қабілеті мен түсіндірулерінің жүйелілігі. Сонымен қатар, ChatGPT есепті шешу жолдарын нақты негіздемелермен жеткізе отырып, оқушының түсінігін тереңдетуге қолайлы құрал бола алатынын көрсетті.

Gemini моделі есептерді шешуде жылдам жауап қайтару қабілетімен және стандартты әдістерді қолдануда тиімділігімен ерекшеленді. Қарапайым және орташа деңгейдегі есептерде бұл модель 80–85% шамасында дұрыс жауаптар ұсынды. Ол типтік формулаларды, классикалық әдістерді және үлгілерді тез қолдана білу арқылы жоғары жылдамдықтағы нәтижелерге қол жеткізді. Алайда, күрделілігі жоғары, шығармашылықты қажет ететін және стандартты емес олимпиадалық есептерде бұл модельдің тиімділігі төмендеді. Оның әлсіз тұсы – ойлау құрылымының икемсіздігі мен бейстандарт әдістерді қажет ететін есептерге бейімсіздігі. Осылайша, Gemini негізінен оқушыларға бағытталған тестілік тапсырмалар мен ҰБТ деңгейіндегі жаттықтыру құралдары ретінде тиімді бола алады.

DeepSeek моделі, керісінше, көпқадамды логикалық ойлауды талап ететін есептерде өзін өте жақсы қырынан көрсетті. Бұл модель сандар теориясы (85%) мен геометрия (75%) бағытында күрделі логикалық байланысты тани отырып, шешімдерді құрылымдық түрде құра білді. Оның басты артықшылығы – есептің мәнін терең түсініп, шешім алгоритмін дәйекті түрде ұсынуында. Алайда өте жоғары деңгейдегі, олимпиадалық күрделілік дәрежесі ерекше тапсырмаларда бұл модельдің де жауап сапасы төмендей бастады. Бұдан модельдің есеп құрылымын тану мүмкіндігі жоғары болғанымен, эвристикалық және интуитивті әдістерге толыққанды бейімделмегенін байқалды. Аталған ақпараттар 1 - кестеде көрсетілген.

1 - кесте. Жасанды интеллект модельдерінің пәндер бойынша тиімділік пайызы

Модель	Алгебра (%)	Геометрия (%)	Комбинаторика (%)	Сандар теориясы (%)
ChatGPT	90	70	85	88
Gemini	85	60	80	75
DeepSeek	80	75	70	85

Жалпы алғанда, тәжірибе нәтижелері әрбір ЖИ моделінің өзіндік ерекшеліктері мен қолдану аймағын анық көрсетті. ChatGPT әмбебап әрі жан-жақты модель ретінде күрделі мәтіндік және логикалық есептерде жоғары нәтиже көрсетсе, Gemini стандартты есептерді тез шешуге қолайлы. DeepSeek логикалық-аналитикалық ойлауды қажет ететін есептерде құрылымдылығы мен жүйелілігімен ерекшеленді.

Бұл нәтижелер ЖИ модельдерін олимпиадалық есептерде қолданудың келешегі зор екенін және оларды математикалық білім беру үдерісінде көмекші құрал ретінде тиімді пайдалануға болатынын нақты дәлелдейді. Сонымен қатар, әрбір модельдің шектеулері мен артықшылықтарын ескере отырып, болашақта гибридті жүйелер құру арқылы ЖИ-дің математикалық есептерді шешудегі әлеуетін арттыру мүмкіндіктері мол.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі:

1. Әбдіқадыров Б. Математика олимпиадалық есептерін шешу әдістемесі. – Алматы, 2018.
2. Иванов В. Олимпиадные задачи по математике и их решения. – Санкт-Петербург, 2017.
3. Смирнова А. Методы решения олимпиадных задач по математике. – Новосибирск, 2021.
4. Azizi Othman. Artificial Intelligence in Mathematics Education: Addressing Challenges and Enhancing Learning. – 2025.
5. Oluwaseyi Aina Gbolade Opesemowo. Artificial Intelligence in Mathematics Education: The Pros and Cons. – 2024.
6. OpenAI. *Mathematical Capabilities of ChatGPT.* – arXiv, 2023.
7. *Matol.kz сайты* – Республикалық олимпиадалық есептер жинағы.